

CHUYÊN ĐỀ: CHUYÊN ĐỀ PHÂN SỐ
TÍNH NHANH DÃY PHÂN SỐ CÓ QUY LUẬT

1. Dãy phân số có quy luật mẫu số sau gấp mẫu số trước 1 số không đổi
Quy luật mẫu số là dãy số tăng theo cấp số nhân.

Đây là dạng toán liên quan đến tính tổng của 1 loạt các phân số mà mẫu số phân số sau gấp mẫu số phân số trước cùng 1 số lần.

Bài 1: Tính giá trị $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$

Phân tích: Nhận xét thấy mẫu số phân số sau hơn mẫu số phân số ngay trước là 2 lần. Như vậy khi ta nhân thêm 2 vào thì phân số phía sau sẽ trở thành phân số phía trước.

Ví dụ: $2 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$, như vậy sau khi nhân thêm 2 ta sẽ 1 loạt các phân số của biểu thức sau khi nhân giống với biểu thức trước khi nhân, rất thuận tiện để ta giản ước.

Giải: Ta có $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$ (1)

$$2xA = 2x\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}\right)$$

$$2xA = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$$
 (2)

Nhìn vào (1) và (2), chúng ta nhận xét thấy ở A và 2xA có rất nhiều phân số giống nhau, chỉ khác nhau phân số đầu tiên và phân số cuối cùng. Nếu ta trừ 2 vế cho nhau thì được:

$$A = 2xA - A = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}\right)$$

$$A = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$$

Bài 2: Tính $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729}$

Giải: Ta có: $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729}$

$$\Rightarrow 3 \times A = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243}$$

$$\text{Trừ hai vế ta có: } 3 \times A - A = 2 \times A = \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729}\right)$$