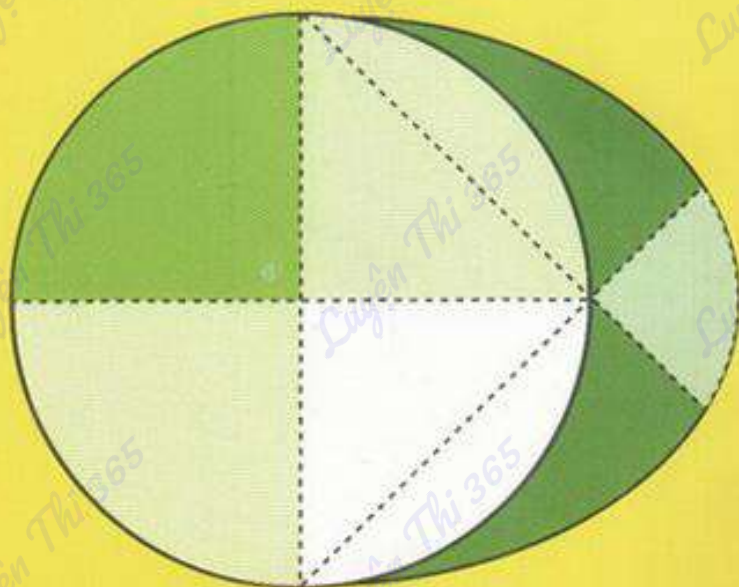


VỮ HỮU BÌNH

NÂNG CAO VÀ PHÁT TRIỂN TOÁN

6

TẬP HAI



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

AMBN

NÂNG CAO VÀ PHÁT TRIỂN TOÁN 6

(Tái bản lần thứ mười lăm)

TẬP HAI

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

SỐ HỌC: PHÂN SỐ

Phần I

TÓM TẮT LÝ THUYẾT VÀ BÀI TẬP ỨNG DỤNG

§13. TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN SỐ. RÚT GỌN PHÂN SỐ

Số có dạng $\frac{a}{b}$ trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$ gọi là phân số. Số nguyên n được đồng nhất với phân số $\frac{n}{1}$.

Tính chất cơ bản của phân số: $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m} = \frac{a : n}{b : n}$ với $m \in \mathbb{Z}$; $m \neq 0$, $n \in \text{ƯC}(a, b)$.

Nếu $(|a|, |b|) = 1$ thì $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Nếu $\frac{m}{n}$ là dạng tối giản của phân số $\frac{a}{b}$ thì tồn tại số nguyên k sao cho $a = mk$, $b = nk$.

Ví dụ 98. Tìm số tự nhiên n để phân số $A = \frac{n+10}{2n-8}$ có giá trị là một số nguyên.

Giải. Để phân số A có giá trị là một số nguyên thì tử phải chia hết cho mẫu. Ta có:

$$n + 10 : 2n - 8$$

$$\Rightarrow n + 10 : n - 4$$

$$\Rightarrow n - 4 + 14 : n - 4$$

$$\Rightarrow 14 : n - 4.$$

Do đó $n - 4$ phải là ước của 14. Các ước của 14 là $\pm 1, \pm 2, \pm 7, \pm 14$.

Ta có nhận xét $n - 4 \geq -4$ (vì n là số tự nhiên) nên $n - 4$ chỉ nhận các giá trị: $\pm 1, \pm 2, 7, 14$. Ta có:

$n - 4$	1	-1	2	-2	7	14
n	5	3	6	2	11	18
A	$\frac{15}{2}$ loại	$\frac{13}{-2}$ loại	$\frac{16}{4} = 4$	$\frac{12}{-4} = -3$	$\frac{21}{14}$ loại	$\frac{28}{28} = 1$

Ta tìm được ba giá trị của n :

Với $n = 6$ thì $A = 4$, với $n = 2$ thì $A = -3$, với $n = 18$ thì $A = 1$.

Chú ý. Các giá trị của n bằng 5, 3, 11 làm cho giá trị tương ứng của A không là số nguyên. Sở dĩ ta phải tính giá trị của A mới kết luận được n bằng 6, 2, 18 vì trong lời giải trên ta chỉ có : " $n + 10 : 2n - 8 \Rightarrow n + 10 : n - 4$ " chứ không có điều ngược lại.

Ví dụ 99. Tìm số tự nhiên n để phân số $A = \frac{21n + 3}{6n + 4}$ rút gọn được.

Giải. Giả sử tử và mẫu của phân số cùng chia hết cho số nguyên tố $d \Rightarrow 7(6n + 4) - 2(21n + 3)$ chia hết cho $d \Rightarrow 22$ chia hết cho số nguyên tố $d \Rightarrow d \in \{2; 11\}$.

Như vậy nếu phân số A rút gọn được cho số nguyên tố d thì $d = 2$ hoặc $d = 11$.

Trường hợp phân số rút gọn cho 2 : Ta luôn luôn có $6n + 4$ chia hết cho 2, còn $21n + 3$ chia hết cho 2 nếu n lẻ.

Trường hợp phân số rút gọn cho 11: Ta có $21n + 3$ chia hết cho 11 $\Rightarrow 22n - n + 3$ chia hết cho 11 $\Rightarrow n - 3$ chia hết cho 11. Đảo lại với $n = 11k + 3$ ($k \in \mathbb{N}$) thì $21n + 3$ và $6n + 4$ chia hết cho 11.

Vậy với n lẻ hoặc n chẵn mà $n = 11k + 3$ thì phân số A rút gọn được.

Chú ý rằng n chẵn khi và chỉ khi k lẻ ($k = 2m + 1$) nên kết quả trên có thể viết là $n = 2m + 1$ hoặc $n = 2(11m + 7)$ với $m \in \mathbb{N}$.

Ví dụ 100. Tìm các số tự nhiên a, b, c, d nhỏ nhất sao cho $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$,

$$\frac{b}{c} = \frac{12}{21}, \frac{c}{d} = \frac{6}{11}$$

Giải. Rút gọn $\frac{12}{21} = \frac{4}{7}$. Các phân số $\frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{6}{11}$ tối giản nên tồn tại các số tự nhiên k, n, m sao cho $a = 3k, b = 5k, b = 4n, c = 7n, c = 6m, d = 11m$.

Từ các đẳng thức $5k = 4n$ và $7n = 6m$ ta có $4n$ chia hết cho 5, $7n$ chia hết cho 6, mà $(4,5) = 1, (7,6) = 1$ nên n chia hết cho 5, n chia hết cho 6. Mặt khác $(5,6) = 1$, do đó n chia hết cho 30.

Để các số tự nhiên a, b, c, d nhỏ nhất và phải khác 0, ta chọn n nhỏ nhất bằng 30. Suy ra $k = 24, m = 35$.

Vậy $a = 72, b = 120, c = 210, d = 385$.

BÀI TẬP

396. Rút gọn các phân số sau :

a) $\frac{199 \dots 9}{99 \dots 95}$ (10 chữ số 9 ở tử, 10 chữ số 9 ở mẫu);

b) $\frac{12\ 12\ 12}{42\ 42\ 42}$;

c) $\frac{187\ 187\ 187}{221\ 221\ 221}$;

d) $\frac{3.7.13.37.39 - 10101}{505050 + 70707}$.

397. Chứng minh rằng các phân số sau có giá trị là số tự nhiên :

a) $\frac{10^{2002} + 2}{3}$;

b) $\frac{10^{2003} + 8}{9}$.

398. Chứng minh rằng các phân số sau bằng nhau :

a) $\frac{1717}{2929}$ và $\frac{171717}{292929}$.

b) $\frac{3210 - 34}{4170 - 41}$ và $\frac{6420 - 68}{8340 - 82}$.

c) $\frac{2106}{7320}, \frac{4212}{14640}$ và $\frac{6318}{21960}$.

399. Tìm các số nguyên x, y biết rằng :

a) $\frac{x}{3} = \frac{5}{y}$; b) $\frac{x}{y} = \frac{28}{35}$.

400. Tìm các số phân số $\frac{a}{b}$ có giá trị bằng :

a) $\frac{36}{45}$, biết BCNN $(a, b) = 300$;

b) $\frac{21}{35}$, biết ƯCLN $(a, b) = 30$;

c) $\frac{15}{35}$, biết ƯCLN $(a, b) \cdot \text{BCNN}(a, b) = 3549$.