

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN

ĐỀ MINH HỌA THI VÀO LỚP 10

Năm học: 2024 – 2025

MÔN TOÁN (Toán chung)

(Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề)

Bài I.

1) Giải phương trình: $(x+3)(\sqrt{2x+5} - 2\sqrt{x+2}) + \sqrt{2x^2+9x+10} = 1$

2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 + xy^2 + 2y^3 = 0 \\ \sqrt{2x^3 - x} + 8y^2 + 3y = 4 \end{cases}$$

Bài II.

1) Tìm tất cả các số nguyên x, y thỏa mãn: $x^2y - y^2x - 2x^2 - 3y^2 + 10xy - 16x + 21y = 100$.

2) Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c \leq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{b(a^2+1)^2}{a^2(b^2+1)} + \frac{c(b^2+1)^2}{b^2(c^2+1)} + \frac{a(c^2+1)^2}{c^2(a^2+1)}$$

Bài III. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O , D là điểm bất kì thuộc cạnh BC (D khác B và C). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC . Đường thẳng MN cắt đường tròn (O) tại P, Q (theo thứ tự P, M, N, Q). Đường tròn ngoại tiếp tam giác BDP cắt AB tại I (khác B). Các đường thẳng DI và AC cắt nhau tại K .

a) Chứng minh 4 điểm A, I, P, K nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh $\frac{QA}{QB} = \frac{PD}{PK}$.

c) Đường thẳng CP cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác BDP tại G (khác P). Đường thẳng IG cắt đường thẳng BC tại E . Chứng minh khi D di chuyển trên đoạn BC thì tỉ số $\frac{CD}{CE}$ không đổi.

Bài IV. Cho dãy n số thực $x_1; x_2; \dots; x_n$ ($n \geq 5$) thỏa mãn: $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ và $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$.

a) Chứng minh nếu $x_n \geq \frac{1}{3}$ thì $x_1 + x_2 \leq x_n$.

b) Chứng minh nếu $x_n \leq \frac{2}{3}$ thì tìm được số nguyên dương $k < n$ sao cho $\frac{1}{3} \leq x_1 + x_2 + \dots + x_k \leq \frac{2}{3}$.