

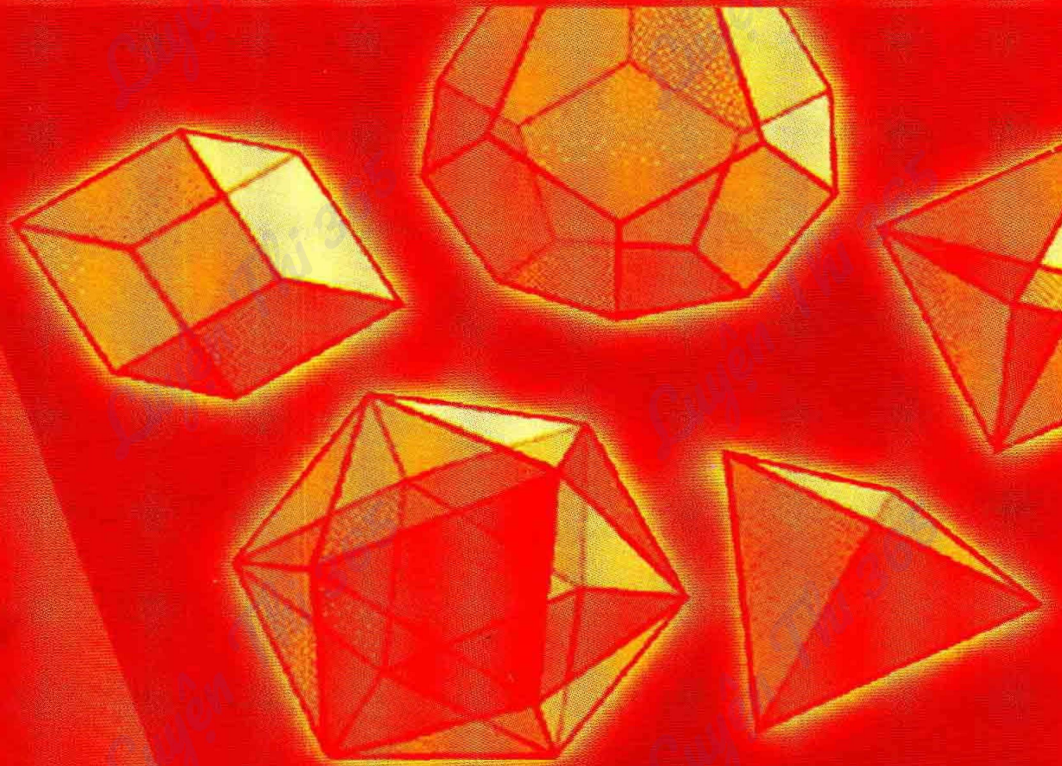
ĐOÀN HỒNG ĐỨC

20 chuyên đề

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI

TOÁN 8

CÓ LỜI GIẢI CHI TIẾT



CHUYÊN ĐỀ 1 - PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

A. MỤC TIÊU:

- * Hệ thống lại các dạng toán và các phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử
- * Giải một số bài tập về phân tích đa thức thành nhân tử
- * Nâng cao trình độ và kỹ năng về phân tích đa thức thành nhân tử

B. CÁC PHƯƠNG PHÁP VÀ BÀI TẬP

I. TÁCH MỘT HẠNG TỬ THÀNH NHIỀU HẠNG TỬ:

Định lí bổ sung:

- + Đa thức $f(x)$ có nghiệm hữu tỉ thì có dạng p/q trong đó p là ước của hệ số tự do, q là ước dương của hệ số cao nhất
- + Nếu $f(x)$ có tổng các hệ số bằng 0 thì $f(x)$ có một nhân tử là $x - 1$
- + Nếu $f(x)$ có tổng các hệ số của các hạng tử bậc chẵn bằng tổng các hệ số của các hạng tử bậc lẻ thì $f(x)$ có một nhân tử là $x + 1$
- + Nếu a là nghiệm nguyên của $f(x)$ và $f(1); f(-1)$ khác 0 thì $\frac{f(1)}{a-1}$ và $\frac{f(-1)}{a+1}$ đều là số nguyên.

Để nhanh chóng loại trừ nghiệm là ước của hệ số tự do

1. Ví dụ 1: $3x^2 - 8x + 4$

Cách 1: Tách hạng tử thứ 2

$$3x^2 - 8x + 4 = 3x^2 - 6x - 2x + 4 = 3x(x - 2) - 2(x - 2) = (x - 2)(3x - 2)$$

Cách 2: Tách hạng tử thứ nhất:

$$\begin{aligned} 3x^2 - 8x + 4 &= (4x^2 - 8x + 4) - x^2 = (2x - 2)^2 - x^2 = (2x - 2 + x)(2x - 2 - x) \\ &= (x - 2)(3x - 2) \end{aligned}$$

Ví dụ 2: $x^3 - x^2 - 4$

Ta nhận thấy nghiệm của $f(x)$ nếu có thì $x = \pm 1; \pm 2; \pm 4$, chỉ có $f(2) = 0$ nên $x = 2$ là nghiệm của $f(x)$ nên $f(x)$ có một nhân tử là $x - 2$. Do đó ta tách $f(x)$ thành các nhóm có xuất hiện một nhân tử là $x - 2$

Cách 1:

$$x^3 - x^2 - 4 = (x^3 - 2x^2) + (x^2 - 2x) + (2x - 4) = x^2(x - 2) + x(x - 2) + 2(x - 2) = (x - 2)(x^2 + x + 2)$$

$$\begin{aligned} \text{Cách 2: } x^3 - x^2 - 4 &= x^3 - 8 - x^2 + 4 = (x^3 - 8) - (x^2 - 4) = (x - 2)(x^2 + 2x + 4) - (x - 2)(x + 2) \\ &= (x - 2)[(x^2 + 2x + 4) - (x + 2)] = (x - 2)(x^2 + x + 2) \end{aligned}$$

Ví dụ 3: $f(x) = 3x^3 - 7x^2 + 17x - 5$

Nhận xét: $\pm 1, \pm 5$ không là nghiệm của $f(x)$, như vậy $f(x)$ không có nghiệm nguyên. Nên $f(x)$ nếu có nghiệm thì là nghiệm hữu tỉ

Ta nhận thấy $x = \frac{1}{3}$ là nghiệm của $f(x)$ do đó $f(x)$ có một nhân tử là $3x - 1$. Nên

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x^3 - 7x^2 + 17x - 5 = 3x^3 - x^2 - 6x^2 + 2x + 15x - 5 = (3x^3 - x^2) - (6x^2 - 2x) + (15x - 5) \\ &= x^2(3x - 1) - 2x(3x - 1) + 5(3x - 1) = (3x - 1)(x^2 - 2x + 5) \end{aligned}$$

Vì $x^2 - 2x + 5 = (x^2 - 2x + 1) + 4 = (x - 1)^2 + 4 > 0$ với mọi x nên không phân tích được thành nhân tử nữa

Ví dụ 4: $x^3 + 5x^2 + 8x + 4$

Nhận xét: Tổng các hệ số của các hạng tử bậc chẵn bằng tổng các hệ số của các hạng tử bậc lẻ nên đa thức có một nhân tử là $x + 1$

$$\begin{aligned} x^3 + 5x^2 + 8x + 4 &= (x^3 + x^2) + (4x^2 + 4x) + (4x + 4) = x^2(x + 1) + 4x(x + 1) + 4(x + 1) \\ &= (x + 1)(x^2 + 4x + 4) = (x + 1)(x + 2)^2 \end{aligned}$$

Ví dụ 5: $f(x) = x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 2$

Tổng các hệ số bằng 0 thì nên đa thức có một nhân tử là $x - 1$, chia $f(x)$ cho $(x - 1)$ ta có:

$$x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 2 = (x - 1)(x^4 - x^3 + 2x^2 - 2x - 2)$$

Vì $x^4 - x^3 + 2x^2 - 2x - 2$ không có nghiệm nguyên cũng không có nghiệm hữu tỉ nên không phân tích được nữa

Ví dụ 6: $x^4 + 1997x^2 + 1996x + 1997 = (x^4 + x^2 + 1) + (1996x^2 + 1996x + 1996)$

$$= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) + 1996(x^2 + x + 1)$$

$$= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1 + 1996) = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1997)$$

Ví dụ 7: $x^2 - x - 2001.2002 = x^2 - x - 2001.(2001 + 1)$

$$= x^2 - x - 2001^2 - 2001 = (x^2 - 2001^2) - (x + 2001) = (x + 2001)(x - 2002)$$

II. THÊM , BỚT CÙNG MỘT HẠNG TỬ: